|  |  |
| --- | --- |
| Gerb-BMSTU_01 | **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  **высшего образования**  **«Московский государственный технический университет**  **имени Н.Э. Баумана**  **(национальный исследовательский университет)»**  **(МГТУ им. Н.Э. Баумана)** |

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Лабораторная работа № 3**

|  |  |
| --- | --- |
| **Тема «Построение и программная реализация алгоритма наилучшего среднеквадратичного приближения.»**  **Дисциплина: Вычислительные алгоритмы**  **Студент Кузин Антон**  **Группа ИУ7-42Б**  **Оценка (баллы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**  **Преподаватель Градов В.М.** |  |

Москва.

2020 г.

**Цель работы:**

Получение навыков владения методами интерполяции таблично заданных функций с помощью кубических сплайнов.

**Условие:**

**Входные данные:**

1. Таблица функции с количеством узлов N

2. Значение аргумента x.

**Выходные данные:**

1. Значения y(x).

2. Сравнить результаты интерполяции полиномом Ньютона 3-ей степени и кубическим сплайном.

**Алгоритм:**

Сначала формируется трёх-диагональная матрица, содержащая коэффициенты кубического полинома, определяющиеся для каждого интервала из условий сопряжения в узлах.

f_i=y_i,

f'(x_i-0)=f'(x_i+0),

f''(x_i-0)=f''(x_i+0), i=1, 2, \cdots, n-1.

Коэффициенты матрицы

Полученная с учетом краевых условий c_1=0, c_{n+1}=0. матрица затем решается методом прогонки.

**Практическая часть:**

def solve\_tri\_diag(matr, f, n):

alpha = [0 for i in range(n - 1)]

beta = [0 for i in range(n - 1)]

b = [0 for i in range(n)]

alpha[0] = - matr[2][0] / matr[1][0]

beta[0] = f[0] / matr[1][0]

for i in range(1, n - 1):

alpha[i] = -matr[2][i] / matr[1][i] + matr[0][i] \* alpha[i - 1]

beta[i] = (f[i] - matr[0][i] \* beta[i - 1]) / matr[1][i] + matr[0][i] \* alpha[i - 1]

b[n - 1] = (f[n - 1] - matr[0][n - 1] \* beta[n - 2]) / (matr[1][n - 1] + matr[0][n - 1] + matr[0][n - 1] \* alpha[n - 2])

for i in range(n - 2, -1, -1):

b[i] = b[i + 1] \* alpha[i] + beta[i]

return b

def build\_spline(x, y, n):

a = [0 for i in range(n - 1)]

c = [0 for i in range(n - 1)]

d = [0 for i in range(n - 1)]

delta = [0 for i in range(n - 1)]

h = [0 for i in range(n - 1)]

matr = [[0 for j in range(n)] for i in range(3)]

f = [0 for i in range(n)]

if n < 3:

return -1

x3 = x[2] - x[0]

xn = x[n - 1] - x[n - 3]

for i in range(n - 1):

a[i] = y[i]

h[i] = x[i + 1] - x[i]

delta[i] = (y[i + 1] - y[i]) / h[i]

matr[0][i] = h[i] if i else x3

f[i] = 3 \* (h[i] \* delta[i - 1] + h[i - 1] \* delta[i]) if i else 0

matr[1][0] = h[0]

matr[2][0] = h[0]

for i in range(1, n - 1):

matr[1][i] = 2 \* (h[i] + h[i - 1])

matr[2][i] = h[i]

matr[1][n - 1] = h[n - 2]

matr[2][n - 1] = xn

matr[0][n - 1] = h[n - 2]

f[0] = ((h[0] + 2 \* x3) \* h[1] \* delta[0] + pow(h[0], 2) \* delta[1]) / x3

f[n - 1] = (pow(h[n - 2], 2) \* delta[n - 3] + (2 \* xn + h[n - 2]) \* h[n - 3] \* delta[n - 2]) / xn

b = solve\_tri\_diag(matr, f, n)

coef = [[0 for i in range(n - 1)] for j in range(4)]

for j in range(n - 1):

d[j] = (b[j + 1] + b[j] - 2 \* delta[j]) / (h[j] \* h[j])

c[j] = 2 \* (delta[j] - b[j]) / h[j] - (b[j + 1]) / h[j]

coef[0][j] = a[j]

coef[1][j] = b[j]

coef[2][j] = c[j]

coef[3][j] = d[j]

return coef

def interpolate\_spline(x, y, val):

coef = build\_spline(x, y, len(x))

i = 0

while x[i] < val:

i += 1

i -= 1

return coef[0][i] + coef[1][i] \* (val - x[i]) + coef[2][i] \* pow(val - x[i], 2) + coef[3][i] \* pow(val - x[i], 3)

**Примеры работы**

|  |  |
| --- | --- |
| X | Y |
| 0 | 0 |
| 0.3 | 0.027 |
| 0.6 | 0.216 |
| … | … |
| 4.8 | 110, 592 |

Исходная таблица:

Результат для интерполяции значения 2.4: 

|  |  |
| --- | --- |
| X | Y |
| 0 | 0 |
| 0.5 | 0.125 |
| 1 | 1 |
| … | … |
| 5.0 | 125 |

Исходная таблица:

Результат для интерполяции значения 2.4: 

**Ответы на вопросы**

1. Выписать все условия для определения коэффициентов сплайна, построенного на 3-х точках.

Непрерывные первую и вторую производные на всём отрезке [a, b], граничные условия f''(x0)=f''(xn)=0.

А именно для определения коэффициентов сплайна, построенного на 3-х точках необходимы такие условия как – 1, 2 точки и 2, 3; S1’= S2’, S1’’= S2’’=0.

1. Выписать значения коэффициентов сплайна, построенного на двух точках.

Положим, что функция y=x^2, а точки x1 =1 и x2=2

h = 1

S = a1 + b1(x-x1) + c1(x – x1)^2 + d1(x-x1)^3

a1 = 4

c0 = c2= 0

c1 = 15

d1 = c1 / h = 15

b1 = 8